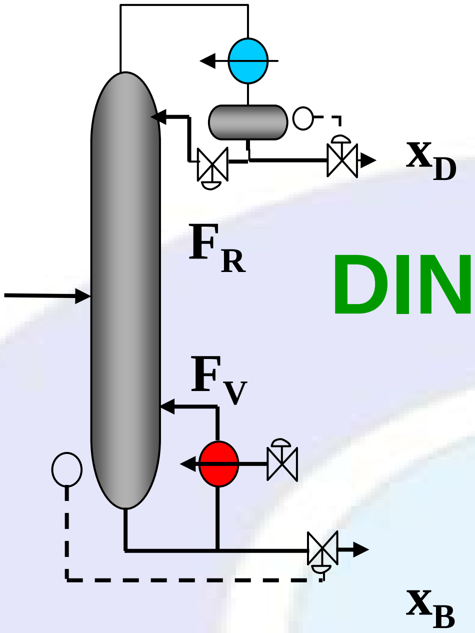


DINAMICA Y CONTROL DE PROCESOS

MODELACION DINAMICA DE PROCESOS

Prof: FRANCISCO CUBILLOS

Modelación dinámica de procesos

Modelo Matemático (Eykhoff, 1974)

"Una representacion de los aspectos esenciales de un sistema existente (o un sistema a ser construido) que representa conocimiento de utilidad"

Usos de Modelos Matemáticos

- Mejorar la comprensión de los procesos
- Optimizar diseño y condiciones de operación
- Para diseñar y mejorar estrategias de control
- Entrenamiento de personal
- Planificación de operaciones
- Paradas y puesta en marcha

Principios generales de modelación

- Las ecuaciones del modelo son una aproximación al proceso real
- *Pero* .... "todos los modelos son inexactos pero útiles "
- La construcción de un modelo envuelve un compromiso entre exactitud y complejidad (costo de desarrollo v/s costo de uso.
- La modelación de procesos es tanto un arte como una ciencia . Se requiere creatividad para diseñarlo y conocimientos para asumir las simplificaciones correctas
- Los modelos dinámicos de procesos resultan en ecuaciones diferenciales totales y/o parciales más relaciones algebraicas (sistemas álgebro-diferenciales) .

GUIA SISTEMATICA DE DESARROLLO

1. Definir los alcances y objetivos del modelo . ¿Que se desea?¿para que lo usare?
2. Poner el problema es un esquema de sistema. : Diagrama de información, variables Entrada/Salida.
3. Seleccionar los límites de análisis : El (los) Volumen de control. (microscópico – distribuido)
4. Enumere todas las suposiciones realizadas. Tratar de simplificar en lo posible para alcanzar los objetivos de modelación.
5. Escriba las ecuaciones de conservación necesarias (masa, componente, energía, y Cantidad de movimiento) para cada V.C.

6. Incorpore las ecuaciones constitutivas que relacionan las cantidades conservativas con las entradas y salidas: termodinámicas, de transporte, cinéticas, geométricas , etc. Ej: $\mathbf{Q = h\,A\,(\Delta T)}$ $\mathbf{r_A = k_0\,e^{-E/RT}}$
7. Análisis del modelo (G de libertad, dimensional)
8. Simplificar y ordenar el modelo para fines de solución. (reducción de ecuaciones, arreglos matriciales, etc.
9. Solución del modelo.
10. Análisis de resultados

LEYES DE CONSERVACION (BALANCES)

Las bases de los modelos fenomenológicos son los balances a propiedades conservativas en el VOLUMEN DE CONTROL

$$\begin{Bmatrix}\text{Acumulacion de} \\ \text{S en el v.c}\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}\text{flujo de S} \\ \text{entrada}\end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix}\text{flujo de S} \\ \text{salida}\end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix}\text{generacion de S} \\ \text{en el v.c.}\end{Bmatrix}$$

$$\{dS/dt\} = \left\{\dot{S}\,\text{ent}\right\} - \left\{\dot{S}\,\text{sal}\right\} + \left\{\dot{G}\,\text{vc}\right\}$$

Conservación de Masa

$$\begin{Bmatrix} \text{Acumulacion de masa} \\ \text{en el vol de control} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \text{flujo masico} \\ \text{entrada} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \text{flujo masico} \\ \text{salida} \end{Bmatrix}$$

Conservación de Componente i

$$\begin{Bmatrix} \text{Acumulacion de} \\ \text{i en el v.c} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \text{flujo de i} \\ \text{entrada} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \text{flujo de i} \\ \text{salida} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \text{generacion de i} \\ \text{en el v.c.} \end{Bmatrix}$$

Conservación de Energía

La energía total asociada a la masa de un sistema , U_{tot}, es la suma de la energía interna cinética y potencial.

$$U_{tot} = U_{int} + U_{KE} + U_{PE}$$

$$\begin{Bmatrix} \text{Acumulacion} \\ \text{U} + \text{PE} + \text{KE} \end{Bmatrix} = \{\text{H} + \text{PE} + \text{KE}_{\text{in}}\} - \{\text{H} + \text{PE} + \text{KE}_{\text{out}}\}$$

$$+ \text{Q} + \text{G} - \text{W}_\text{s}$$

Ws : Trabajo de eje H : Entalpía

G : Generación en el V.C ej: = λ(-Ra)V

Q : Calor transferido ej: = hA(Tw-Ts)

- Notar que $H = U + PV$ y que $W = W_s + PV$
- En sistemas con efectos térmicos $\Delta U >> \Delta(KE+PE)$ luego una expresión útil es

$$\{dU/dt\} = \{-\Delta H\} + Q + G - W_s$$

Caso particular (Habitual) : Fluido incompresible o P Cte

$$dU = dH = c_p dT$$

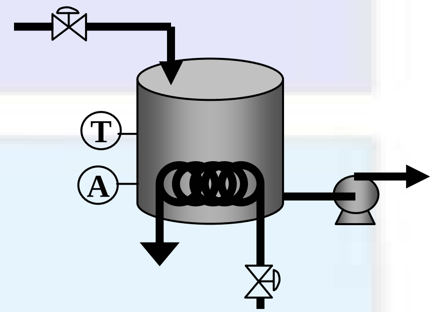
BALANCE DE C. DE MOVIMIENTO

(Balance de Fuerzas)

$$\left\{ d(M * \overrightarrow{V}\ /dt \right\} = \left\{ \sum \overrightarrow{F}_{ext} \right\}$$

- Tres componentes (x,y,z)
- Se utiliza para especificar campos de presión o velocidad

¿Cual balance debo utilizar?

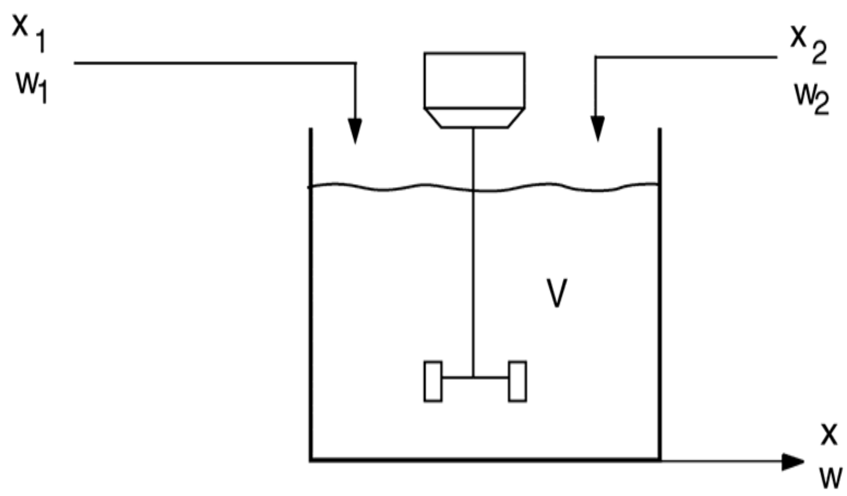


Ejemplos de relación entre variables y balance

Nivel	→	**B de Masa Total**
Presión	→	**B comp – B.CM**
Temperatura	→	**B de Energía**
Concentracion	→	**B Comp.**

•Desarrollo de un modelo dinámico

Ejemplo simple : proceso de mezclado



Objetivo: conocer composición de salida x

Balance a realizar : Balance de masa total y por componente

$$\frac{d\left(V\rho\right)}{dt} = w_1 + w_2 - w$$

Donde w_1, w_2, y w son los flujos másicos .

- **El balance por componentes es :**

$$\frac{d\left(V\rho x\right)}{dt} = w_1 x_1 + w_2 x_2 - wx$$

Considerando ρ constante Tenemos

$$\rho \frac{dV}{dt} = w_1 + w_2 - w$$

$$\frac{\rho d\left(Vx\right)}{dt} = w_1 x_1 + w_2 x_2 - wx$$

Aplicando regla de la cadena y reemplazando:

$$\rho \frac{d(Vx)}{dt} = \rho V \frac{dx}{dt} + \rho x \frac{dV}{dt}$$

$$\rho V \frac{dx}{dt} + \rho x \frac{dV}{dt} = w_1 x_1 + w_2 x_2 - wx$$

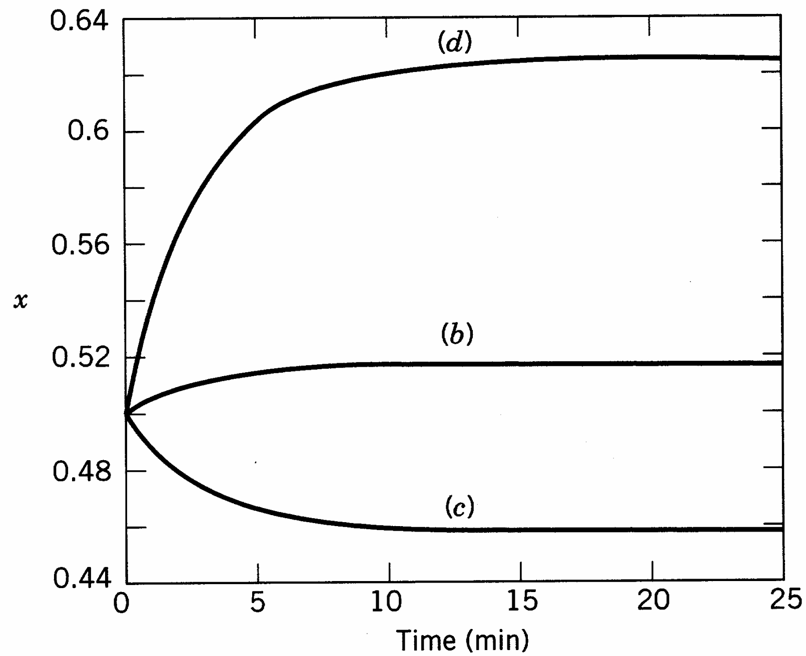
En términos de x :

$$\rho V \frac{dx}{dt} + x(w_1 + w_2 - w) = w_1 x_1 + w_2 x_2 - wx$$

Reordenando obtenemos el sistema :

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{\rho}(w_1 + w_2 - w)$$

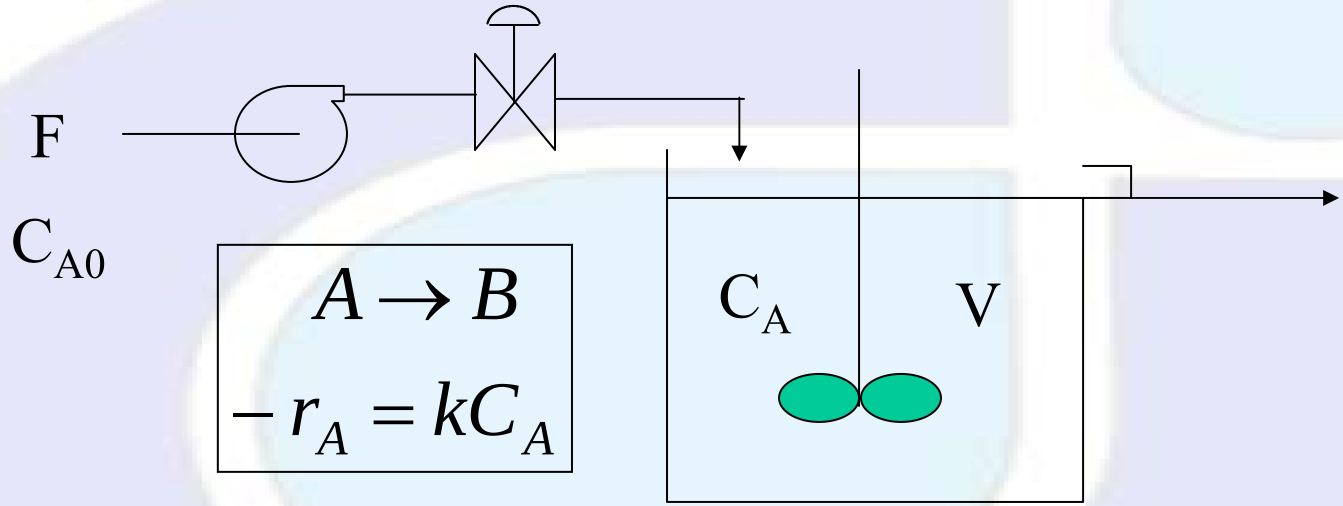
$$\frac{dx}{dt} = \frac{w_1}{V\rho}(x_1 - x) + \frac{w_2}{V\rho}(x_2 - x)$$



Respuesta del sistema frente a cambios de entrada

- **(b) escalón w1**
- **(c) escalón w2**
- **(d) escalón w2 y x1**

Ejemplo clásico : RTAC 1º Orden



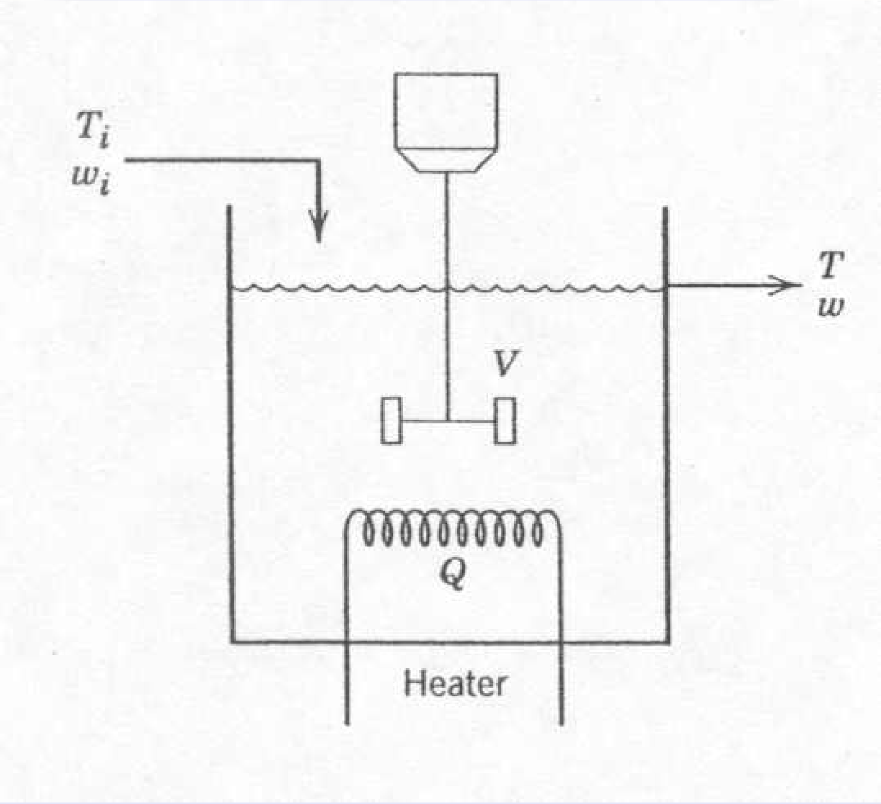
$$A \rightarrow B$$

$$-r_A = kC_A$$

$$V\frac{dC_A}{dt} = F(C_{A0} - C_A) - VkC_A$$

$$V\frac{dC_B}{dt} = F(0 - C_B) + VkC_A$$

Ejemplo: Calentamiento en un RTAC



Supuestos

- Mezclado perfecto
- *V* es constante (Flujo de entrada = Flujo de salida
- ➔ dV/dt =0.
- Densidad y Cp del líquido constante .
- Perdidas de Calor despreciables

Luego el balance de energía es de la forma

$$\frac{dU_{\text{int}}}{dt} = -\Delta\left(w\widehat{H}\right) + Q$$

Fluido incompresible, V y prop. Ctes

$$\frac{dU_{\text{int}}}{dt} = \rho VC\frac{dT}{dt}$$

Entalpía

$$\hat{H} = C\left(T - T_{ref}\right)$$

Finalmente el modelo para la T de salida es:

$$V\rho C\frac{dT}{dt} = wC\left(T_i - T\right) + Q$$

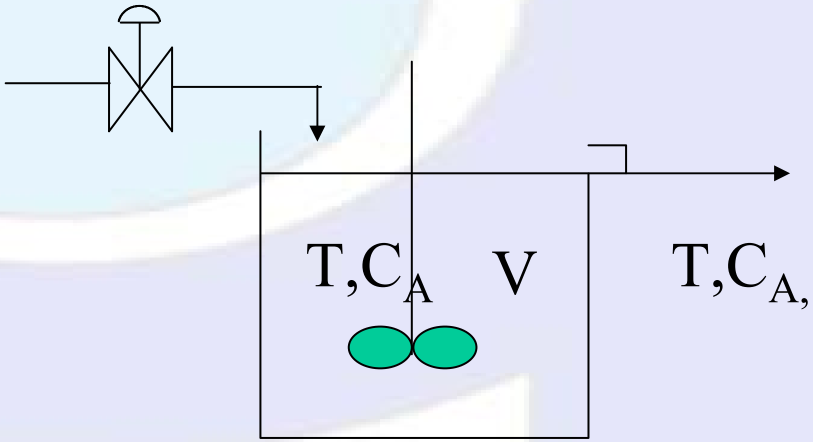
El Volumen de Control V.C

Volumen Macroscópico

- Modelo de mezcla perfecta
- Volumen de control = V
- Los estados no varían con la posición S(t)
- Modelo matemático de la forma

$$dS/dt = g(u,p,t)$$

(ode)

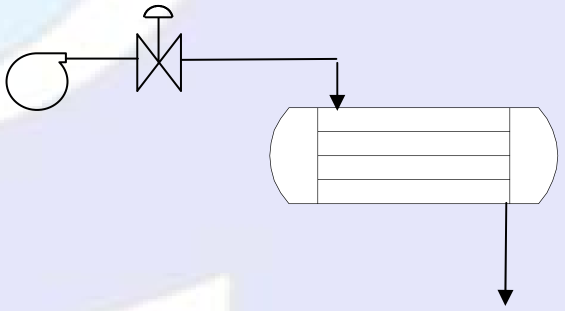


El Volumen de Control V.C

Volumen Microscópico

- Sistema distribuido (contacto continuo)
- VC diferencial = dV
- Los estados varían espacialmente S(x,y,z,t)
- Modelo matemático de la forma (pde)

$$\partial S / \partial t + v \nabla S = G$$



El Volumen de Control V.C

<u>Sistemas en etapas</u>

- Sistema Macro- distribuido (***n*** RTAC)
- VC finito = ΔV o V/n
- Los estados varían en cada etapa $S_j(t)$
- Modelo matemático de la forma

$dS_i/dt = g(S,t)$ i=1:n (n odes)